

Chapitre 3 — Distances et médiatrice

I · La distance entre deux points

DÉFINITION · La distance entre deux points

La **distance entre deux points A et B** est la **longueur du segment [AB]**.

On l'écrit **AB**. C'est un nombre, avec une unité : $AB = 5 \text{ cm}$.

Attention à l'ordre : AB et BA désignent **la même** longueur.

RÈGLE · Comparer deux longueurs sans les mesurer

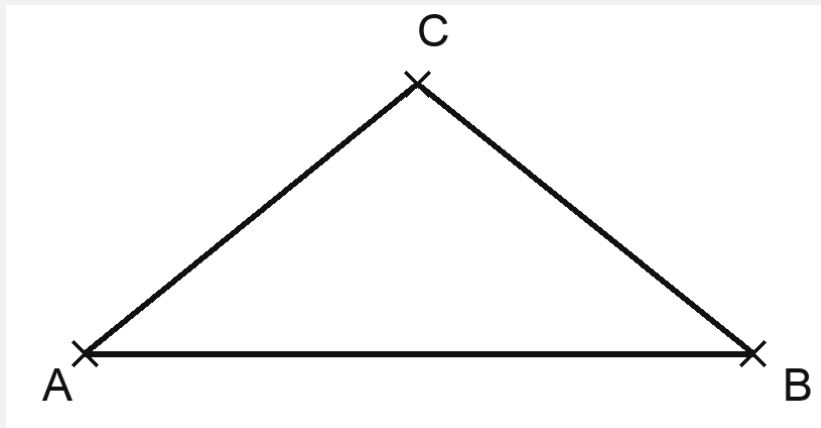
Le compas reporte une longueur.

1. Ouvrir le compas de A jusqu'à B. L'écartement est maintenant la longueur AB.
2. Sans toucher à l'écartement, poser la pointe sur C.
3. Tracer. Si le crayon tombe **sur D**, alors $CD = AB$.

On compare ainsi deux longueurs **sans règle graduée**.

PROPRIÉTÉ · Le chemin le plus court

Pour aller de A à B, le chemin le plus court est **le segment [AB]**.



Si on passe par un point C qui n'est pas sur le segment [AB], le trajet est **plus long** :

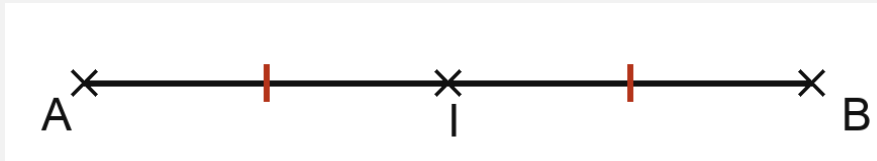
$$AC + CB > AB$$

Il y a égalité seulement quand le point C est **sur le segment [AB]**.

II · Le milieu d'un segment

DÉFINITION · Le milieu d'un segment

Le **milieu** du segment $[AB]$ est le point de ce segment qui est à **égale distance** de A et de B.



Si I est le milieu du segment $[AB]$, alors **$IA = IB$** , et le point I est sur le segment $[AB]$.

Les deux petits traits rouges signalent deux longueurs égales : c'est un **codage**.

RÈGLE · Construire le milieu d'un segment

Deux méthodes, au choix.

À la règle graduée. Mesurer la longueur AB. La diviser par **2**. Reporter ce résultat à partir de A.

Au compas. Tracer la médiatrice du segment $[AB]$ (partie IV). Elle coupe le segment en son **milieu**.

III · La médiatrice d'un segment

DÉFINITION · La médiatrice d'un segment

La **médiatrice** du segment $[AB]$ est la droite qui est **perpendiculaire** au segment $[AB]$ et qui passe par son **milieu**.

Une médiatrice est une **droite** : elle n'a pas de bout, et elle traverse le segment de part et d'autre.

Pour la tracer à l'équerre : placer le milieu I du segment, puis tracer la perpendiculaire au segment qui passe par I. Coder l'angle droit et les deux moitiés.

Le milieu et la médiatrice

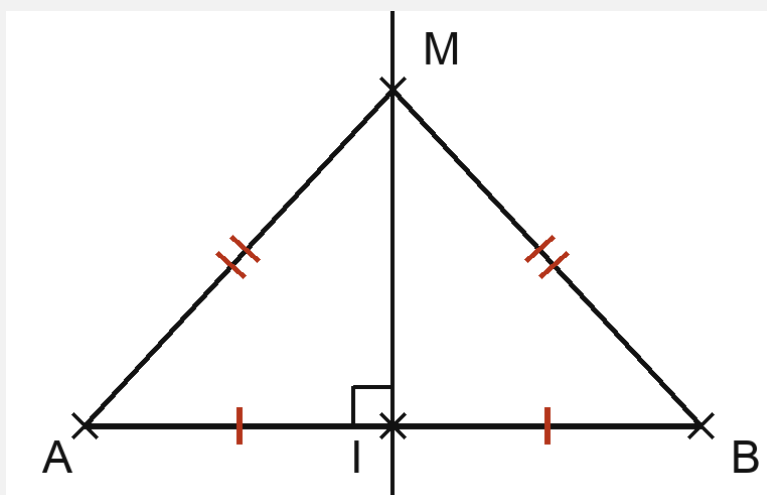
Ce ne sont pas deux noms pour la même chose.

- Le **milieu** est un **point**. Il est sur le segment.
- La **médiatrice** est une **droite**. Elle passe par le milieu, et elle continue.

Le milieu est à égale distance de A et de B — mais il n'est pas le seul : **tous** les points de la médiatrice le sont.

IV · Les points de la médiatrice

PROPRIÉTÉ · Ce qui est vrai des points de la médiatrice



Dans un sens. Si un point M est sur la médiatrice du segment [AB], alors $MA = MB$.

Dans l'autre sens. Si un point M vérifie $MA = MB$, alors M est **sur la médiatrice du segment [AB]**.

On retient les deux ensemble d'une seule phrase :

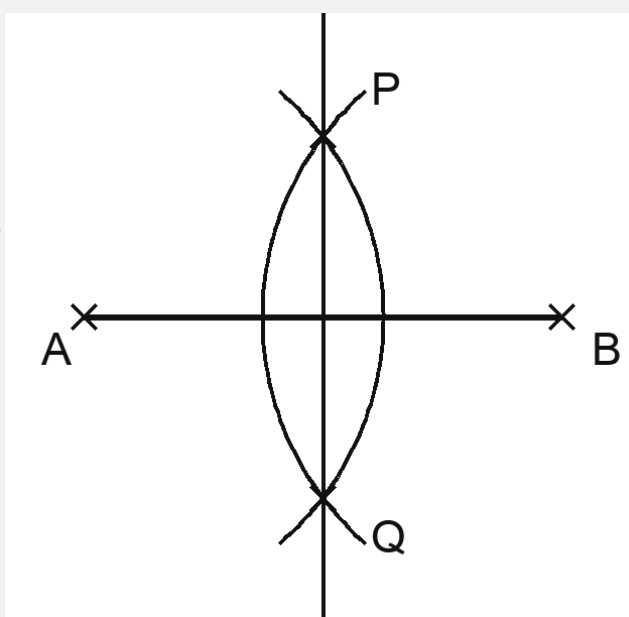
| La médiatrice du segment [AB] est l'ensemble des points situés à **égale distance** de A et de B.

Et pour les autres points ? Un point qui n'est **pas** sur la médiatrice est plus proche de **l'une des deux extrémités** que de l'autre.

RÈGLE · Tracer la médiatrice au compas

1. Ouvrir le compas de plus de la **moitié** de la longueur AB.
2. Pointer en A, tracer un arc au-dessus et un arc au-dessous du segment.
3. **Sans changer l'écartement**, pointer en B et tracer deux arcs qui coupent les premiers.
4. Les arcs se croisent en deux points.
Tracer la droite qui les joint.

Pourquoi cela marche. L'écartement n'a pas changé : chacun des deux points de croisement est donc à la même distance de A et de B. D'après la propriété, chacun est **sur la médiatrice**. Et deux points suffisent pour tracer **une droite**.



Placer un point à égale distance de deux autres

Où planter un arbre qui soit à la même distance de la maison A et de la maison B ?

Réponse : n'importe où sur **la médiatrice du segment [AB]**. Il y a une infinité de possibilités.

Et si l'arbre doit en plus être sur le bord de la route ?

Alors il n'y a qu'**un seul** endroit : celui où la médiatrice coupe la route.

 Le savais-tu ?

Pour tracer une allée à égale distance de deux murs, un jardinier n'a pas besoin de règle graduée : une corde et deux piquets suffisent. C'est la construction au compas, en grand — et elle est plus vieille que les compas.